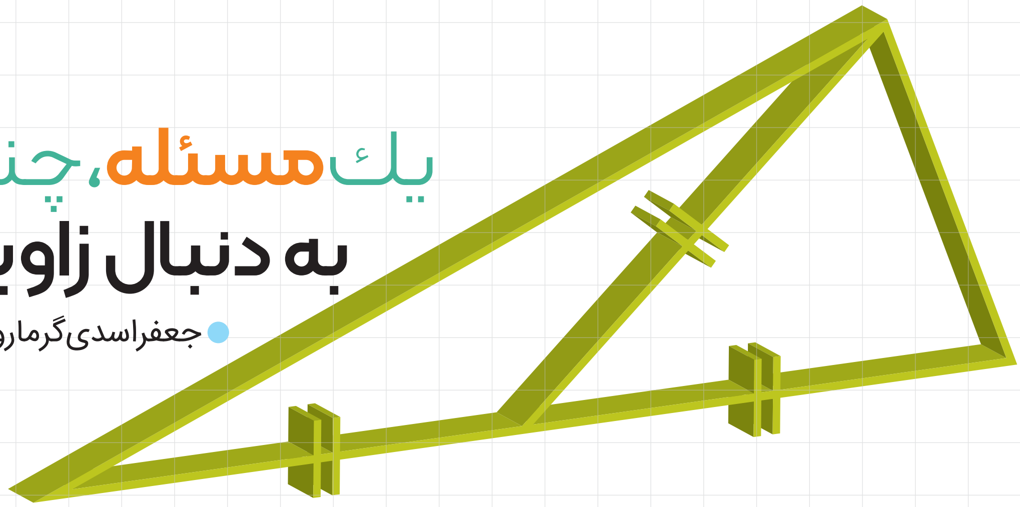
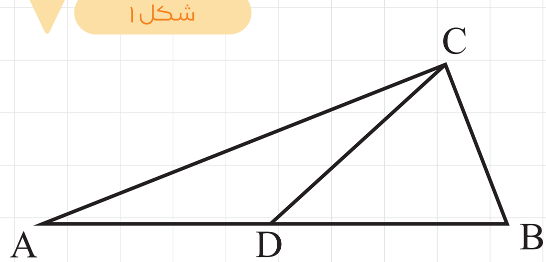


یک مسئله، چند راه حل
به دنبال زاویهٔ قائمه

جعفر اسدی گرمارودی

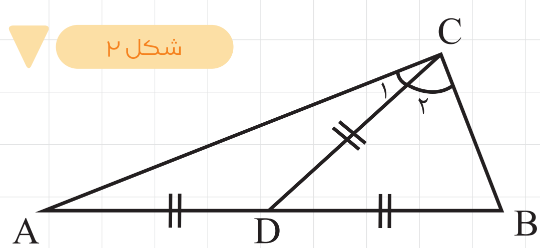
مسئله: در مثلث ABC شکل ۱، DA=DB=DC. نشان دهید زاویهٔ ACB زاویهٔ قائمه است.

شکل ۱



پاسخ: ابتدا با توجه به اطلاعات مسئله، ضلع‌های برابر را روی شکل مشخص می‌کنیم و زاویهٔ C را که از دو زاویه تشکیل شده، با نام‌های $C_۱$ و $C_۲$ مشخص می‌کنیم (شکل ۲).

شکل ۲



با توجه به ضلع‌های برابر در مثلث ها، $\overset{\Delta}{ADC}$ و $\overset{\Delta}{DBC}$ متساوی‌الساقین هستند. بنابراین زاویه‌های پای ساق در هر مثلث با هم برابرند:

در $\overset{\Delta}{ADC} \Rightarrow \hat{C}_۱=\hat{A}$

در $\overset{\Delta}{DBC} \Rightarrow \hat{C}_۲=\hat{B}$

با توجه به این یافته‌ها دو راه‌حل برای اثبات قائمه بودن زاویهٔ ACB ارائه می‌کنیم:

راه‌حل اول: به کمک مجموع زاویه‌های مثلث

دقت کنید قرار است نشان دهیم زاویهٔ C برابر ۹۰° است، در حالی‌که هیچ عددی در مسئله داده نشده است. اما می‌دانیم مجموع زاویه‌های مثلث برابر ۱۸۰° است. بنابراین:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰^\circ$$

زاویه‌های مساوی با $\hat{A}$ و $\hat{B}$ را در تساوی قرار می‌دهیم:

$$\hat{C}_۱+\hat{C}_۲+\hat{C}=۱۸۰^\circ \xrightarrow[\hat{C}_۱+\hat{C}_۲=\hat{C}]{} \hat{C}+\hat{C}=۱۸۰^\circ$$

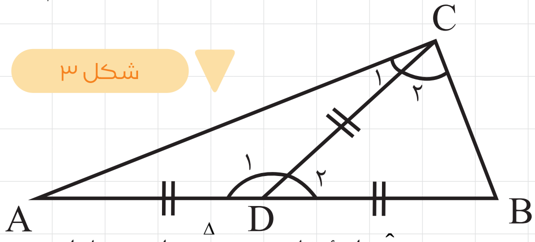
$$\Rightarrow ۲\hat{C}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C}=۹۰^\circ$$

راه‌حل دوم: به کمک زاویهٔ خارجی مثلث

ابتدا زاویهٔ نیم‌صفحهٔ D را که از دو زاویهٔ کوچک‌تر تشکیل شده است با $\hat{D}_۱$ و $\hat{D}_۲$ نام‌گذاری می‌کنیم (شکل ۳). زاویهٔ $\hat{D}_۱$ خارجی $\overset{\Delta}{DBC}$ است، بنابراین:

$$\hat{D}_۱=\hat{C}_۲+\hat{B}$$

شکل ۳



و همچنین $\hat{D}_۲$ زاویهٔ خارجی $\overset{\Delta}{ACD}$ است، بنابراین:

$$\hat{D}_۲=\hat{C}_۱+\hat{A}$$

از طرف دیگر، مجموع $\hat{D}_۱$ و $\hat{D}_۲$ زاویهٔ نیم صفحه تشکیل می‌دهند، بنابراین:

$$\hat{D}_۱+\hat{D}_۲=۱۸۰^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{C}_۲+\hat{B}+\hat{C}_۱+\hat{A}=۱۸۰^\circ$$

$$\xrightarrow[\hat{C}_۲=\hat{B}]{\hat{C}_۱=\hat{A}} \hat{C}_۲+\hat{C}_۲+\hat{C}_۱+\hat{C}_۲=۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۲\hat{C}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C}=۹۰^\circ$$

é é é